

**H-174**

**B.Sc. (Part-I) Examination, 2019  
MATHEMATICS**

**Paper - I**

**(Algebra and Trigonometry)**

**Time Allowed : Three Hours**

**Maximum Marks : 50**

**Minimum Pass Marks : 17**

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई-I / UNIT-I**

**Q. 1. (a)** यदि  $R_1 = [3 \ 1 \ -4]$ ,  $R_2 = [2 \ 2 \ -3]$ ,

$R_3 = [0 \ -4 \ 1]$  हो तो दर्शाइए कि : 5

(i) पंक्ति आव्यूह  $R_1$  तथा  $R_2$  रैखिकतः स्वतंत्र हैं।

(ii) पंक्ति आव्यूह  $R_1$ ,  $R_2$  एवं  $R_3$  रैखिकतः परतंत्र हैं।

**H-174**

**(2)**

If  $R_1 = [3 \ 1 \ -4]$ ,  $R_2 = [2 \ 2 \ -3]$ ,  $R_3 = [0$

$-4 \ 1]$ . show that :

(i) The row matrices  $R_1$  and  $R_2$  are linearly independent.

(ii) The row matrices  $R_1$ ,  $R_2$  and  $R_3$  are linearly dependent.

(b)  $k$  का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्नलिखित आव्यूह की जाति 3 हो। 5

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Find the value of  $k$ , for which given matrix has rank 3 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

(c) यदि  $\lambda$  व्युत्क्रमणीय आव्यूह  $A$  का आइगेन मान है, तो

दिखाइये कि  $\frac{|A|}{\lambda}$ ,  $\text{adj } A$  का आइगेन मान होगा।

**H-174**

(3)

If  $\lambda$  is an eigen-value (characteristic root) of a non-singular matrix  $A$ , then prove that  $\frac{|A|}{\lambda}$  is an eigen-value of  $\text{adj } A$ .

### इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) परीक्षण कीजिए कि  $\lambda, \mu$  के किन मानों के लिए समीकरण:

5

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

के:

- (i) कोई हल नहीं है।
- (ii) अद्वितीय हल है।
- (iii) अनन्त हल है।

Investigate for what values of  $\lambda, \mu$  the equations:

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

P.T.O.

(4)

have :

- (i) no solution
- (ii) a unique solution
- (iii) an infinity of solutions.

(b) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल दिये हुए

समीकरण के मूल से तीन-तीन कम हैं:

5

$$x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$$

Find the equation whose roots are equal to the roots of  $x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$  each diminished by 3.

(c) देकार्त विधि से चतुर्थघाती समीकरण  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$  को हल कीजिए।

5

Solve the biquadratic equation  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$  by Descarte's method.

(5)

### इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3. (a) 'प्रतिचित्रणों का संयोजन' परिभाषित कीजिए। यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, प्रतिचित्रण  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in R$  से परिभाषित है तथा  $g : R \rightarrow R$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $x \in R$  से परिभाषित है तब  $(fog)(x)$  एवं  $(gof)(x)$  का मान ज्ञात कीजिए। क्या  $fog = gof$ ? 5

Define 'Composition of mappings'. If R is the set of real numbers, the mapping  $f : R \rightarrow R$  is defined by the relation  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in R$  and the mapping  $g : R \rightarrow R$  is defined by the relation  $g(x) = x^2$ ,  $x \in R$  then find  $(fog)(x)$  and  $(gof)(x)$ . Is  $fog = gof$ ?

- (b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह G में सर्वांगसमता का सम्बन्ध जो निम्न प्रकार से परिभाषित है: 5

$$a \equiv b \pmod{H} \Leftrightarrow ab^{-1} \in H.$$

एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।

(6)

Show that the relation of congruency in a group G, defined by:

$$a \equiv b \pmod{H} \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$$

is an equivalence relation.

- (c) कैले प्रमेय का लक्ष्य लिखिए तथा उसे सिद्ध कीजिए। 5

State and prove Cayley's theorem

### इकाई-IV / UNIT-IV

- Q. 4. (a) समूहों की तुल्यकारिता की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह तुल्यकारी होते हैं। 5

Define isomorphism of groups. Prove that, the two cyclic groups of equal orders are isomorphic. <https://www.sggvonline.com>

- (b) वलय की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि, समुच्चय  $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  (मॉड्यूलो 5) योग एवं गुणन के सापेक्ष एक वलय है। 5

Define ring. Prove that the set

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4\} \pmod{5}$$

is a ring with respect to addition and multiplication.

(7)

- (c) निम्नलिखित को परिभ्रष्ट कीजिए एवं एक उदाहरण दीजिए :

5

- (i) पूर्णकीय प्रान्त
- (ii) क्षेत्र

Define the following with an example :

- (i) Integral Domain
- (ii) Field

### इकाई-V / UNIT-V

- Q. 5. (a) डी-मॉयर प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। 5

State and prove De-Moivre's theorem.

- (b) दर्शाइये कि :

5

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

Show that :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

- (c) निम्नलिखित श्रेणियों का योगफल ज्ञात कीजिए : 5

$$(i) c \cos \alpha - \frac{1}{2} c^2 \cos 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \cos 3\alpha - \dots \infty$$

(8)

$$(ii) c \sin \alpha - \frac{1}{2} c^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \sin 3\alpha - \dots \infty$$

Find the sum of the following series :

$$(i) c \cos \alpha - \frac{1}{2} c^2 \cos 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \cos 3\alpha - \dots \infty$$

$$(ii) c \sin \alpha - \frac{1}{2} c^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \sin 3\alpha - \dots \infty$$

